

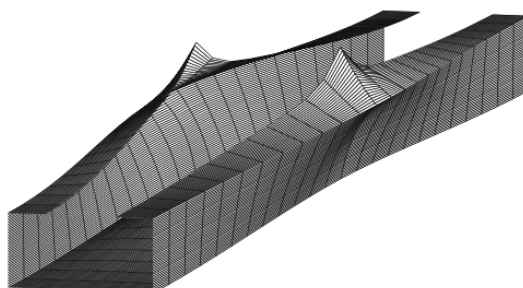
Forår 2013

Bachelor projekt

Bjælkemekanik med tværsnitsdeformation

Ali Kazim Jawad Thari, s102929

*Under vejledning af:
Professor Jeppe Jönsson & Adjunkt Michael Joachim Andreassen*



Forord

Dette er et bachelorprojekt, som er udført under Danmarks Tekniske Universitet i forårssemesteret 2013. Projektet er nomineret til 15 ETCS point og udført under instituttet for Byggeri og Anlæg. Udover afhandlingen består projektet af et lille elementemetode program, skrevet i MATLAB. Programmet er vedlagt bagerst i rapporten på en CD-rom.

Jeg vil gerne takke mine to vejledere, Professor og sektionsleder Jeppe Jönsson & Adjunkt Michael Joachim Andreassen mange gange, for deres store behjælpesomhed, engagement, råd og ideoplæg under projektfasen. Det har været en fornøjelse at se jeres interesse inden for området, samt at lære fra jer.

Resumé

Dette projekt omhandler udviklingen af et bjælkeelement med tyndvæggede tværsnit. Projektet tager udgangspunkt i tidligere afhandlede specialer, hvor bjælkeelementet derfra er blevet videreudviklet. Hensigten med udviklingen af bjælkeelementet, har været at udvikle en generaliseret bjælket teori (GBT), som kan medtage forskydning- og tværsnitsdeformationer i beregningerne. Dette er forsøgt gjort uden at påsætte begrænsninger, hverken af hvad der gælder forskydning eller udvidelse af tværsnit, som tilfældet i [1]. I dette projekt er bjælkeelementet yderligere videreudviklet for et tre knuders tværsnitselement, frem for det almindelige kendte to knuders tværsnitselement, hvilket er tilfældet i de forrige afhandlinger, som der typisk er refereret til.

Teorien for tyndvæggede bjælker (GBT) er blevet udviklet ved at tage udgangspunkt i et antaget flytningsfelt, som i forlængelse af Euler-Bernoulli teori, også kan medtage forskydning- og tværsnitsdeformationer. Ud fra det antaget flytningsfelt kan et tværsnit opbygges ved brug af semi-diskretiseringssteorien, hvor elementer benyttes til at opbygge et tværsnit. Disse tværsnitselementer vil som nævnt have en midterknude udover de sædvanlige endeknuder.

Efter at tværsnittet er diskretiseret, opstilles energiligningen for systemet, mere bestemt den potentielle ligning. Herfra vil den indre variation af systemet undersøges, for at derefter kunne opstille det homogene differentiaalligningssystem. Herefter er de forskellige singulariteter i systemet observeret, for derefter at eliminere de mulige af dem. Dette er til sidst endt op med, at en af systemmatricerne fik opnået fuld rang, og som følge deraf var det muligt at løse differentiaalligningssystemet ved at betragte det som et egenværdiproblem.

Påfølgende er de naturlige formfunktioner for systemet bestemt og visualiseret. De analytiske løsningsfunktioner langs bjælken er derefter bestemt. Disse er bestemt således, at identificere først og fremmest hver singularitet, for at derefter bestemme dets aksiale løsningsfunktion. Det har vist sig, at disse aksiale løsninger er identiske med de kendte løsningsfunktioner for den klassisk bjælket teori. Efterfølgende er de øvrige aksiale løsningsfunktioner bestemt, svarende til de ikke singularer og hvor der er inkluderet et lokalt bidrag. Altså hvor tværsnittet kan have flytninger.

Efterfølgende formuleres en elementmetode formulering for hhv. et og to bjælkeelementer, hvor både deformation- og spændingsligningerne udledes. I dette projekt er den inhomogene løsning ikke bestemt, og derfor er de følgende tests begrænset til, at kræfterne kun kan påsættes på randen af et bjælkeelement.

Ved at have foretaget nogle tests for forskellige lastkombinationer samt tværsnit, og sammenlignet resultaterne med både det kommercielle FEM-program ABAQUS, samt [4] og [5], kan det konkluderes på baggrund af deformationerne, at mere forskydning er medtaget i beregningerne, i forhold til de to førnævnte projekter. Ikke desto mindre er afgivelserne sammenlignet med ABAQUS relativt for store til, at disse kan ignoreres.

Spændingsfordelingerne er generelt forventelige, samt gælder det, at størrelsen ikke har en betydelig stor afvigelse sammenlignet med FEM-programmet. Forskydningsspændingerne har som undtagelse ikke den forventet fordeling, eftersom spændingerne har vist sig, at ikke være konstante når bjælke elementet udsættes for konstant forskydningskraft.

Det har vist sig, at efter at have indført en tredje knude midt på elementet, har den indre ligevægt bevæget sig tættere mod det virkelige, end hvad der var gældende i [4].

Projektet har herefter forsøgt at ændre på flytningsfeltet for, at GBT formuleringen kan håndtere forskydningen korrekt.

I første omgang er flytningsfeltet ændret således, at flytningen aksialt tilføjes et korrektionsled. Efter at have opstillet differentiaalligningen, samt elimineret hvad der kunne elimineres har det vist sig, at diffe-

rentialligningen umiddelbart ikke kan løses med den anvendte metode. Dette skyldes intet mindre end at systemmatricerne er for mange gange singulær som har rod i, at der eksisterer for mange frihedsgrader. Andre metoder for at kunne løse differentialligningen er derfor krævet.

I stedet er der i projektet blevet kigget nærmere på et nyt flytningsfelt igen, hvor flytningen aksialt afhænger af en variation, som er uafhængig af den benyttet variation for flytningen i planen.

Her har det vist sig at differentialligningen kan løses og de tilhørende naturlige formfunktioner er også illustreret.

På grund af tidsmangel er problemstillingen ikke løst til bunds, men har til gengæld banet vejen for videre efterforskning indenfor det specifikke flytningsfelt.

Abstract

This project deals with the development of a beam element with thin-walled cross section. The project takes as its point, from previous treated theses, and a further development is made. The aim of developing a beam element has been to develop a generalized beam theory (GBT) which is able to take shear and distortional displacements into account without any constraints, contrary to [1]. The beam element is, additionally, developed with an intermediate node for the cross section element. So, the cross section element has three nodes instead of two, as seen in the above-mentioned theses.

The development of the thin-walled beam theory (GBT) is based on an assumed displacement field, and as in continuation of Euler-Bernoulli theory, the distortional and shear displacement is now allowed. Afterwards, the semi-discretization theory is used, which means that the cross-section is discretized into finite cross section element. The cross section element has, as mentioned, three nodes and ten degrees of freedom. It has four degrees of freedom at the edge nodes and two at the intermediate node.

When the cross section element is discretized, the energy formulation is established. By making a virtual variation of the total displacement field, the governing homogenous differential equation is established. To be able to solve the differential equation by an eigenvalue problem, the singularities have to be eliminated. This ended up in one of the system matrices having full rank and as a result of that, the homogenous differential equation could be solved, by rewriting it to an eigenvalue problem. Subsequently, the mode shapes were determined and plotted.

Afterwards, the analytical axial solutions were determined. The way of solving the axial solutions was split into two ways. Firstly, the axial solutions corresponding to the singularities were solved. These solutions were similar to the known solutions from the classic beam theory. Afterwards, the remaining axial solutions were determined. These solutions correspond to the distortional modes.

Subsequently, a finite element formulation for one and two beam element was derived. Next, the finite element equations of the displacements and stresses were formulated. The project doesn't solve the inhomogeneous part, thus, the following tests are constrained by the fact that the forces can only be loaded at the boundaries.

Different tests were then performed in order to evaluate the validity of the GBT formulation. The results were compared to the results from the commercial FEM-program ABAQUS, [4] and [5].

It can be concluded, on the basis of the displacements, that the shear deformation, as expected, is more accessible than what is seen in [4] and [5]. Nevertheless, it is still not enough, since the deviations, compared to ABAQUS, are still too big. The stress distributions are generally seemed to be as expected and the magnitudes have relative small deviations compared to ABAQUS. The shear stress distribution is, as an exception, not correct. As it was shown, the beam test with constant shear force didn't result in constant shear stress.

It has been shown that the inner equilibrium is much closer to be fulfilled than [4], due to the introduced intermediate node.

Further, the project deals with new displacement fields in order to formulate a GBT formulation which can handle shear more correct.

First, the axial displacement was added a correction term which means that the axial displacement was now depending on two different variations. After the differential equation was established and the possible eliminations were performed, it could be concluded that the differential equation was not able to be solved. This is caused by the fact that the main matrices contain many singularities which is a result of having many degrees of freedom in the system. Hence, other methods to solve the differential equation are required.

Instead, the project deals with a new displacement field again. This time the axial displacement is depending on a variation which is independent of the variation used for the in plane displacements. It emerged that the differential equation was able to be solved and, subsequently, the mode shapes were shown.

Because of time pressure the GBT formulation was not completed. On the other hand, this has paved the way for further investigations on the chosen displacement field.